

文章编号: 1000-7598 (2010) 03-0911-07

# 预应力双排支护桩的计算理论研究及工程应用

齐志刚<sup>1</sup>, 王翠英<sup>2</sup>, 王家阳<sup>3</sup>

(1. 重庆大学 土木工程学院, 重庆 400045; 2. 湖北工业大学 土木工程与建筑学院, 武汉 430068;  
3. 深圳市杰博达钢结构技术顾问有限公司武汉分公司, 武汉 430070)

**摘 要:** 在总结以往研究成果的基础上, 对比分析现有的两种计算模型, 提出新的计算模式, 将双排桩及桩间土体视为空间等代桁架, 并将前后排桩的底端视为弹性约束, 同时采用对后排桩施加竖向预应力的方法, 来平衡桩侧土压力和改善前后排桩的受力性能。利用有限元程序, 通过对 3 种计算模型的对比分析, 并与实测数据的对比, 对所提出的计算模型和方法进行了必要的验证。结合工程实例, 对影响预应力双排支护桩的关键因素进行了分析, 计算分析和工程实例都表明: 利用空间等代桁架模型和对后排桩施加竖向预应力的方法可以取得满意的结果。

**关 键 词:** 双排支护桩; 竖向预应力; 空间等代桁架; 计算模型

中图分类号: TU 473

文献标识码: A

## Study of calculation theory for retaining structure with prestressed double-row piles and its engineering application

QI Zhi-gang<sup>1</sup>, WANG Cui-ying<sup>2</sup>, WANG Jia-yang<sup>3</sup>

(1. College of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China; 2. School of Civil Engineering and Architecture, Hubei University of Technology, Wuhan 430068, China; 3. Wuhan Branch, Shenzhen JBD Steel Structure Consultancy Co. Ltd., Wuhan 430070, China)

**Abstract:** Based on the previous study and comparative analysis of two current calculating models, a new calculating model of prestressed double-row piles is presented, considering the double-row piles and soil between piles as dimensional equivalent truss and pile end as elastic restraint and meanwhile adopting the method of exerting vertical prestress on back-row pile to balance pile-side soil pressure and improve the mechanical performance of front-row and back-row piles. The calculating models of dimensional equivalent truss and the method of exerting vertical prestress on back-row pile are essentially verified by comparative analysis of three calculating models and FEM programme. Combining with engineering example, the key factors influencing prestressed double-row piles are analyzed. Both the calculating analysis and the engineering application show that a satisfactory result can be obtained with spatial equivalent truss and the method of exerting vertical prestress on back-row pile.

**Key words:** double-row retaining piles; vertical prestress; spatial equivalent truss; calculating models

## 1 前 言

在软土地区进行高层建筑施工, 常常会遇到深基坑开挖, 为保证基坑开挖时边坡稳定及周边环境安全, 必须要考虑到支护结构的承载能力、抵抗变形的能力、投入成本等诸多因素。当受工期、造价、施工技术和场地条件等限制时, 如果基坑深度条件合适, 往往可采用双排支护桩。双排桩支护结构是近些年出现的一种新型深基坑支护结构, 它是将按单排布置桩每间隔一根抽出一根, 排列在后排, 再将桩顶用冠梁等连接起来, 组成的类似门架式的空间结构体系。双排支护桩如同嵌入土中的门式框架,

这种结构具有较大的侧向刚度, 可以有效地限制支护结构的侧向变形。与单排桩悬臂式支护结构相比, 双排桩支护结构具有更大的侧向刚度, 可以明显地减小基坑的侧向变形, 因而支护的深度一般也更大。另外, 双排桩以其施工方便、不用设置内支撑、支护结构受力条件好等优点, 在工程中得到了广泛的应用, 并且在一些实际工程中取得了较好的效果<sup>[1]</sup>。

但对于深度达到 10~12 m 或者变形要求很严格的深基坑支护结构, 目前的处理办法一般是在双排桩的基础上设置一道水平支撑或在后排桩迎土侧加设斜向预应力锚杆, 这种方法对施工场地条件有一定要求, 如果紧邻基坑周围存在高层或超高层建

收稿日期: 2008-10-17

第一作者简介: 齐志刚, 男, 1974 年生, 博士, 主要从事深基坑支护与土工计算方面的研究工作。E-mail: qikin@sina.com

筑, 则加设斜向预应力锚杆将会遇到实际困难。另外, 对于双排桩支护结构的工作机制, 国内一些学者已经有较为深入的研究, 其中具有代表性的成果是将双排桩视为平面刚架的结构力学方法<sup>[2]</sup>, 将双排桩视为平面杆系的有限元法<sup>[3]</sup>, 以及基于建筑行业规程的弹性抗力法<sup>[4]</sup>, 研究重点以考虑桩土相互作用的机制方面居多, 计算方法一般采用经典土力学理论或者数值分析方法, 将双排桩支护结构截取一有代表性的截面, 进行平面内的应力和变形分析, 但未能很好考虑支护结构的空間作用。平扬等考虑了支护结构的空間协同作用, 取得一定的效果, 但将前后排桩间土体与桩体分开计算, 未能考虑桩土相互作用<sup>[5]</sup>。

本文在总结以往研究成果的基础上, 利用有限元程序, 通过对典型计算模型的对比分析, 提出较为合理的计算模型和方法, 并通过工程实践与实测数据的对比, 对所提出的计算模型和方法进行了必要的验证。结合有限元分析和工程实例, 对影响预应力双排支护桩的关键因素进行了计算分析, 得出一些有益的结论。

## 2 计算模型

### 2.1 平面刚架模型

平面刚架模型是本文称之为模型 1。基于室内模型试验和工程实测提出的, 在工程实际上应用较为普遍<sup>[2]</sup>。它将前后排桩与桩顶冠梁底端嵌固的刚架结构, 如图 1 所示, 节点 A、B 视为直角刚节点, 冠梁 AB 理想化为绝对刚体, 在土压力作用下只能平移而不产生转角。桩间土产生的土压力按后排桩两侧滑动土体的重量比例分配给前后排桩。

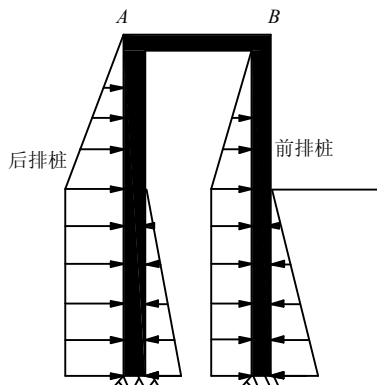


图 1 平面刚架模型  
Fig.1 Plane frame model

此方法是按照结构力学方法计算双排桩的内力和位移。由于比例系数较为模糊, 难以反映土体参

数变化对桩受力情况的影响; 另外将桩端视为固接也与工程实际有一定出入, 因此, 这种方法具有一定的局限性。

### 2.2 平面杆系模型

考虑桩土相互作用的平面杆系有限元模型, 本文称之为模型二。在荷载作用下, 后排桩向坑内运动, 势必受到桩间土的抗力, 同时, 桩间土也对前排桩产生推力。由于桩间土与前、后排桩间的相互作用主要是水平荷载, 所以假定桩间土体为连接前后排桩的弹簧, 土压力的分配就靠这种弹簧与前后排桩的位移协调来完成, 如图 2 所示。

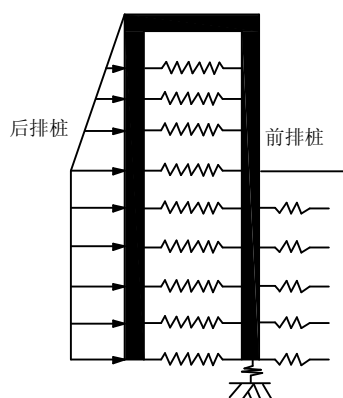


图 2 平面杆系模型  
Fig.2 Plane bar model

此模型较平面刚架类的模型有所改进, 模型通过改进支座形式来考虑前后排桩的位移协调及桩间土压力的传递, 但分析仍然只局限于平面范围内, 未能考虑双排支护桩的空間相互作用; 而且将后排桩端视为固接, 与实际情况仍有一定距离。

### 2.3 空间等代桁架模型

空间等代桁架模型本文称之为模型 3。双排支护桩是通过冠梁及连梁使双排桩组成空间结构体系, 通过梁的连结使得有一定距离的排桩相互之间产生制约作用, 因此其空間作用不容忽视。另外, 在实际工程中, 了解土体的性状是通过对其进行探孔勘察得到的, 而土层的分布一般都是不均匀的, 因而就造成土体参数的取值不统一。而单一考虑平面内受力状态, 很难全面掌握双排支护桩的力学特性, 因而有必要分析考虑桩土相互作用下双排桩的空間工作效应。

在土压力作用下, 双排桩的抗倾覆能力是靠后排桩抗拉、前排桩抗压所形成的力偶获得的, 如果对后排桩施加竖向预应力, 不仅能够减小后排桩的拉力和前排桩的压力, 进而增大抗倾覆力偶, 而且能够平衡后排桩侧土压力。由于双排桩相当于插入土中,

桩间土体对于抗倾覆力偶的加强也会起到一定作用, 其相互作用程度对于这部分力偶的大小起重要作用。由于桩间土体的宽度一般很小, 因而可以把前后排桩及桩间土体看作一个整体。施工时常采用水泥土旋喷搅拌桩对前后排桩间土体进行加固, 因而桩间土体的土拱效应得到进一步加强。

基于以上分析, 本文提出考虑桩土相互作用的预应力双排桩支护结构的空间等代桁架模型, 其平面示意图如图3所示。桩间土体及土拱按照起拱方向简化为两根在后排桩中间相连接的杆件, 前后排桩之间的土拱联系杆与联系梁之间的连接视为铰接, 并且在外荷载的作用下只承受压力作用。考虑到土体的可压缩性及其摩擦传递作用, 这里仅考虑土体沿土拱方向的抗压能力, 而忽略其抗拉能力, 即将土拱联系杆视为压杆, 并且分层考虑。对后排桩施加预应力的具体做法是在后排桩加设竖向预应力锚索, 锚固端设在后排桩桩端基岩, 预应力的的大小视基坑开挖深度和土层状况而定。空间等代桁架模型能够在考虑土拱效应的同时, 可以将桩间土体分层考虑, 便于计算参数的确定, 分析过程也得到简化, 计算结果更为简明。

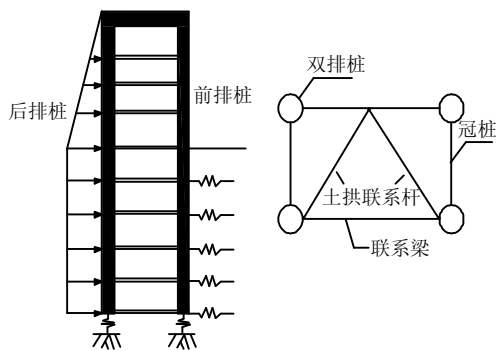


图3 空间等代桁架模型

Fig.3 Spatial equivalent truss model

在分析之前, 做如下基本假定:

(1) 将前后排桩与桩顶冠梁之间的结点视为直角刚结点, 桩底端视为弹性支撑;

(2) 由于连接梁与桩长之比很小, 连梁截面水平刚度很大, 故可将其视为没有变形的刚体, 在土压力作用下只能平移而不产生转角, 因而梁两 endpoint 水平位移大小相等、方向相同;

(3) 水平土拱的影响范围存在于两排桩之间, 后排桩以后的水平土拱的影响范围为相邻桩间净距的2倍, 且不超出土体主动破坏区, 呈与坑壁土体距离增加而减小的线形分布;

(4) 桩与土体之间的接触面满足变形协调条件;

(5) 考虑到桩间土形成的土拱效应, 将前后排桩桩间土体视为桁架中的若干水平杆件, 杆端与前后排桩铰接, 将土体刚度全部赋予桩间桁架水平杆件, 土体参数分层确定, 并赋值给相应土层的杆件;

(6) 假设开挖后土体已固结, 桩间土经过加固后按固结不排水分析, 因而不考虑基坑开挖引起地下水位变化对土体参数变化的影响;

(7) 忽略桩体发生水平位移时产生的侧摩阻力。

### 3 计算分析

#### 3.1 基本算例

双排桩通过桩顶冠梁的连接以及土拱的空间效应, 使其构成空间超静定结构, 受二者的约束, 其受力状况具有自动的调节功能, 这也是单排桩支护结构无法相比的优点。为便于对比分析, 按单一土层计算, 软土地区典型土体参数如下:

(1) 土体力学指标为:  $c = 20 \text{ kPa}$ ;  $\varphi = 15^\circ$ ;  $\gamma = 19 \text{ kN/m}^3$ ;  $E = 20 \text{ MPa}$ ;  $\nu = 0.3$ 。

(2) 基坑开挖深度  $10.0 \text{ m}$ , 桩顶冠梁顶标高低于地面  $1 \text{ m}$ ; 前后排桩直径  $d$  均为  $800 \text{ mm}$ , 入土深度  $12 \text{ m}$ , 桩长  $20 \text{ m}$ ; 双排桩采用矩形格构式布置, 两排桩排距为  $2.5 \text{ m}$ , 沿基坑边间距  $2.0 \text{ m}$ ; 桩顶冠梁截面尺寸  $b \times h = 800 \text{ mm} \times 500 \text{ mm}$ 。

(3) 有限元模型的建立

设基坑平面尺寸为  $50 \text{ m} \times 50 \text{ m}$ , 取模型的  $1/2$  进行计算, 模型的左右两侧施加水平方向的约束, 竖向自由, 模型底面按固定端考虑。有限元模型如图4、图5所示。

以下采用有限元程序, 按照空间等代桁架模型计算, 同时计算施加预应力前后桩身水平位移和弯矩值, 并对比平面刚架模型和平面杆系模型的计算结果。前后排桩间的土拱联系杆参数为: 上下排杆距为  $1 \text{ m}$ ,  $E = 25 \text{ MPa}$ ;  $\nu = 0.25$ 。

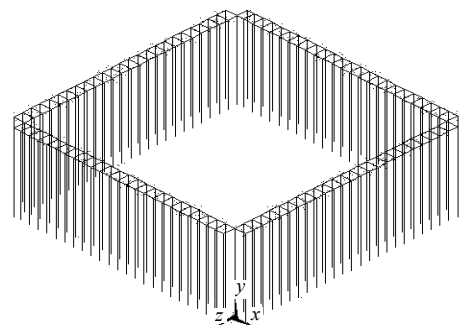


图4 双排桩有限元模型图

Fig.4 Finite element model of double-row piles

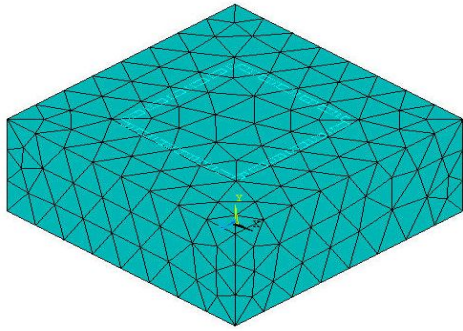


图5 基坑开挖支护有限元模型

Fig.5 Finite element model of excavation support

### 3.2 计算结果分析

对3种模型分别进行对比分析,得到桩身变形和弯矩如图6所示。从图中可以看出:3种模型得出的前后排桩的桩身侧移和弯矩的变化趋势、大小关系类似,但3种模型的计算结果又有着明显的差异。

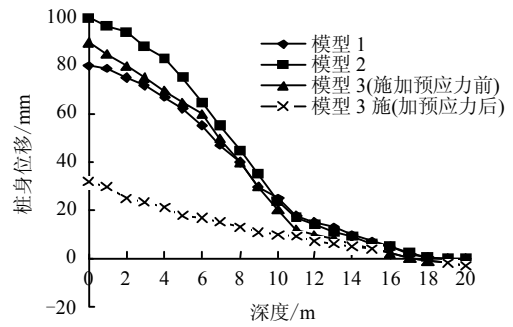
模型3在施加预应力之前,前后排桩变形量介于模型1和模型2之间,较接近于模型2,这是因为模型3将前后排桩落地端视为弹性约束,而不是看为固接或铰接,因而在桩端会产生较小的位移。施加预应力之后,桩身变形明显减小,并且前后排桩变形量趋于接近,可见施加预应力对控制桩身变形效果非常显著,如图6(a)、图6(b)所示。模型3中前排桩弯矩与模型2较为接近,虽然后排桩弯矩较模型1、模型2大,但施加预应力后,前后排桩的弯矩明显减小,并且二者的大小也逐渐趋于接近,这不仅说明施加竖向预应力的优势,也说明双排桩具有调节变形和受力的能力,如图6(c)、图6(d)所示。

### 3.3 参数影响分析

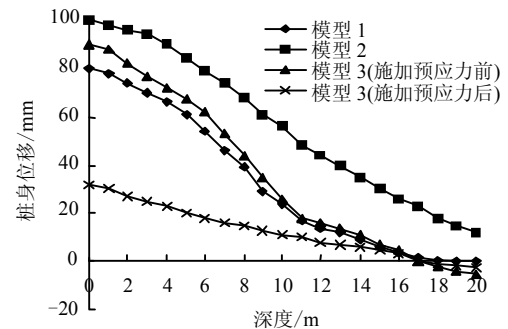
一般说来,基坑开挖深度越大,双排桩侧向位移也越大。分步开挖能阶段性的减小桩身侧向位移,但最后累积位移减小不明显,但开挖步长可适当减小,以防止施工期间支护结构变形过大。已有诸多文献对诸如开挖方式、桩身刚度、冠梁刚度、土体压缩性、桩间排距等各种参数进行过详细分析<sup>[6-10]</sup>,本文不做详细研究,仅讨论施加预应力对桩身刚度和冠梁刚度的影响,若施加预应力可适当降低其刚度的话,则在同等条件下可适当降低造价。

仍以基本算例为例,来讨论桩身和冠梁的刚度对施加后排桩预应力大小和桩顶位移量的影响。

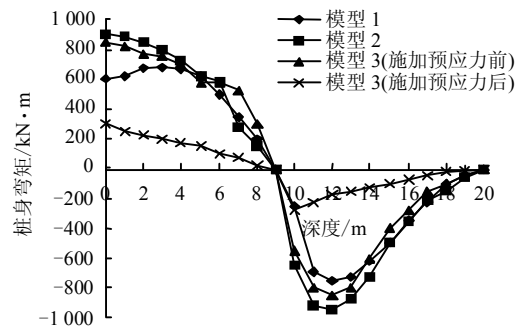
从图7可以看出:在冠梁刚度不变的情况下,控制桩顶位移和截面弯矩越小,则需要施加的预应力值越大;而在控制桩顶位移和截面弯矩不变的条



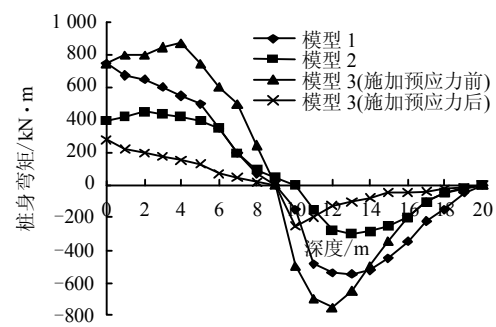
(a) 前排桩桩身位移图



(b) 后排桩桩身位移图



(c) 前排桩桩身弯矩图



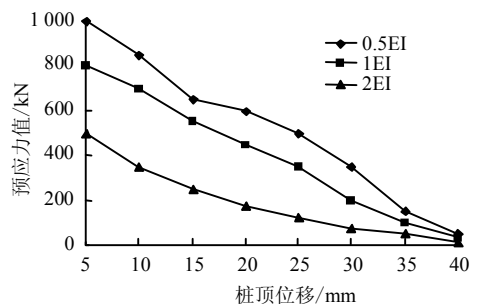
(d) 后排桩桩身弯矩图

图6 双排支护桩计算结果

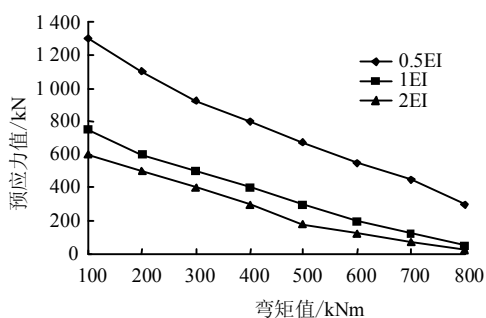
Fig.6 Calculated results of double-row piles

件下,冠梁刚度越小,需要施加的预应力越大,如图7所示。在桩身刚度不变的情况下,控制桩顶位移和截面弯矩越小,则需要施加的预应力值越大;而在控制桩顶位移和截面弯矩不变的条件下,桩身刚度越小,需要施加的预应力越大,当桩径达到800 mm以上时,单一对后排桩施加预应力效果并

不显著,如图8所示。因此,在施加预应力后,建议桩径取值控制在800 mm左右较为适宜。由此可见,对于桩顶位移要求比较严格的工程,施加竖向预应力锚索来进行控制能够取得良好的效果。



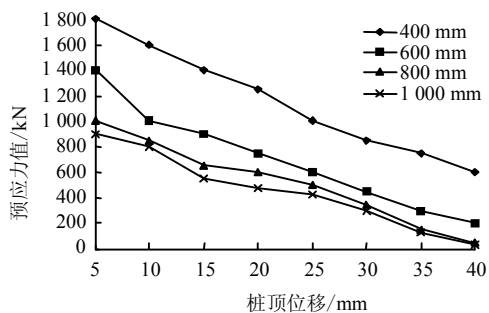
(a) 不同冠梁刚度下预应力与桩顶位移关系



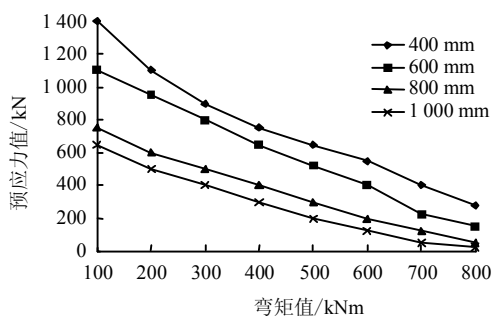
(b) 不同冠梁刚度下预应力与截面弯矩关系

图7 预应力对冠梁刚度的影响

Fig.7 Influence of prestress on top beam stiffness of double-row piles



(a) 不同桩径下预应力与桩顶位移关系



(b) 不同桩径下预应力与截面弯矩关系

图8 预应力对桩身刚度的影响

Fig.8 Influence of prestress on pile body stiffness of double-row piles

## 4 工程实例

### 4.1 工程概况

某高层建筑基坑地面以上地上23层,地下2层,结构形式为框架剪力墙结构。基坑开挖范围东西长约140 m,南北宽平均约72 m,基坑平均挖深9.5 m。东北两侧紧邻建筑密集区,西南两侧紧靠城市主干道,基坑边与已建房屋最窄处只有1.7 m,施工用地十分窄小。基坑支护采用双排支护桩,部分采用加设竖向预应力锚索的双排支护桩,基坑支护平面布置如图9所示。

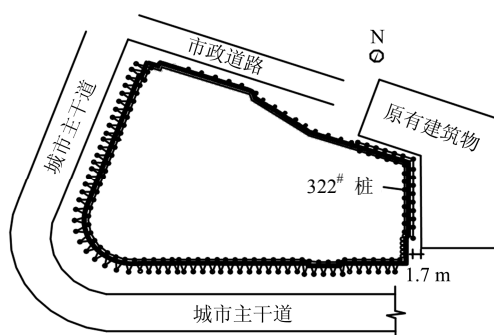


图9 基坑平面布置图

Fig.9 Layout of excavation pit

### 4.2 场地工程地质、水文概况

根据地质勘察报告,基坑涉及深度范围内各土层性状分别描述如下:

①层:杂填土松散,炉渣夹杂黏性土。②层:黏土,软塑,土质较均匀。③层:淤泥质土,软塑。局部分布。④层:黏土,可塑,局部夹薄层细砂和淤泥质。⑤层:粉质黏土,可塑,中间夹杂黏性土。

场区地下静止水位3 m左右,水位随季节略有变化,各土层物理力学指标见表1。

表1 各土层土性计算选用指标

Table 1 Physico-mechanical characteristics of different soil layers

| 土层号 | 土层类型  | 平均厚度/m | 重度/(kN/m <sup>3</sup> ) | 摩擦角/(°) | 黏聚力/kPa | 弹性模量/MPa | 泊松比  |
|-----|-------|--------|-------------------------|---------|---------|----------|------|
| 1   | 素填土   | 1.4    | 17.1                    | 8.5     | 9.5     | 4.25     | 0.27 |
| 2   | 淤泥质黏土 | 4.5    | 17.5                    | 6.7     | 7.8     | 3.54     | 0.21 |
| 3   | 黏土    | 8.2    | 19.0                    | 9.2     | 19.6    | 5.34     | 0.16 |
| 4   | 粉质黏土  | 5.3    | 19.5                    | 22.4    | 19.8    | 6.21     | 0.24 |
| 5   | 砂质黏性土 | 1.5    | 20.3                    | 29.5    | 18.7    | 6.58     | 0.35 |

### 4.3 支护结构设计

基坑支护结构为钢筋混凝土灌注桩加冠梁、连

梁挡土结构。在基坑的东、西、南面采用双排桩支护结构：用 $\phi 900$  mm 钻孔灌注桩按排距 3 m，桩距 2.2 m 梅花型布置，两排桩间用深层搅拌桩形成加固土体和止水帷幕，灌注桩桩顶设置 1 000 mm $\times$  500 mm 冠梁，冠梁间设连梁。

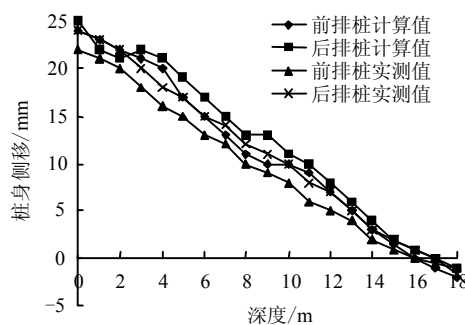
基坑北侧坑边与已有建筑物之间场地狭窄，采用双排桩—预应力竖向锚索支护结构：双排桩间距 2.1 m，前排桩为 $\phi 1\ 000$  mm、桩距 1.2 m 钻孔灌注桩，桩长 15.8 m；后排桩桩长 18.8 m，按桩距 3.6 m 布置，中间用深层搅拌桩作止水帷幕。在钻孔灌注桩桩顶设两条 1 000 mm $\times$  500 mm 纵向冠梁，冠梁间用梁连接，后排桩加设竖向预应力锚索，预应力锚索是用 3 $\phi 15.2$  mm 的 1 860 级高强预应力钢绞线制作，是在后排桩混凝土达到强度的 20% 后，钻 $\phi 130$  mm 孔穿透全桩直至深入中风化岩层 6.5 m。将钢绞线装好固定端锚头后，3 根 1 束放至中风化岩孔的底部，放入的无粘结预应力钢绞线塑料保护套应确保完整无破损，钢绞线间无交叉。预应力钢绞线就位并固定后，用水泥砂浆进行压力灌浆，灌浆压力按 0.4~0.5 MPa 控制。当水泥砂浆强度达到 30 MPa 时进行张拉，张拉按 600 kN/束控制。

在进行计算时，考虑到深层搅拌桩止水帷幕设置在双排桩之间，结合工程经验，桩间土 $E_s$ 取 10 MPa。采用本文提出的空间等代桁架模型进行计算，前后排桩桩底端按弹性约束考虑，计算简图见图 3，计算结果见图 10。

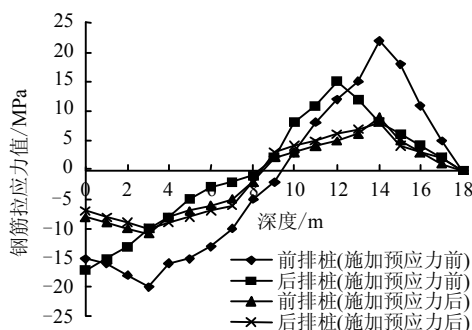
#### 4.4 工程实测结果与分析

选取基坑中有代表性的位置 No.322 桩点，根据实测数据与计算结果进行对比发现：对后排桩施加预应力后，桩身侧移计算值与实测值较为接近，并且前后排桩的桩身侧移趋于接近。监测数据显示，在开挖达到 6.5 m 时，支护结构的位移和变形极其微小，周边建筑的位移和沉降几乎可以忽略不计，继续开挖至 8.5 m 深度时才有所发展，基坑开挖至 9.5 m，桩身侧移实测值仅为 22 mm，而计算值为 25 mm，如图 10(a)所示。计算值与实测值仅相差 0.2%，说明模型 3 能很好地反映支护结构的工作状况。实测钢筋拉应力分布表明：施加预应力后前后排桩桩身弯矩趋于接近，桩身内力获得更好的分配，桩身抵抗变形的能力显著增强，如图 10(b)所示。支护体系的桩顶位移、桩身变形、钢筋拉力都远小于允许值。由此可见，本文提出的计算模型能很好地模拟软土中双排支护桩的工作性能，对后排桩施加

预应力的方法能显著提高双排支护桩的抵抗变形能力，具有相当的实用价值和应用前景。



(a) 双排桩桩身侧移



(b) 双排桩实测钢筋拉应力分布曲线

图 10 双排支护桩计算与实测结果对比图

Fig.10 Comparison between calculated and measured results of double-row piles

## 5 结 论

(1) 分析模型将桩底端视为弹性支撑，将双排桩间土体视作若干相互关联的二力杆，更好地反映了桩体的实际工作状态。

(2) 考虑到土拱的空间效应，使双排支护桩所受土压力大为减少，相应地，其水平位移也相应大大减小。通过桩顶冠梁，使支护结构不同位置的支护桩变形得到协调，如果能够加以合理利用，将使工程造价大幅降低。

(3) 采用的竖向预应力锚索，对后排桩施加预应力，通过后排桩和冠梁，将锚拉力传到前排桩上，结构传力明确；竖向预应力改善了桩间土体力学性能，有效地提高了支护体系的抗侧向变形能力。实测表明：开挖对原有建筑的安全以及周围环境没有明显影响。

(4) 计算分析与工程应用表明：预应力双排桩支护结构不仅能够显著减小桩体变形和承载能力，

还能省去内支撑或斜向锚杆, 对于变形要求严格的深基坑, 有广阔的应用前景。

(5) 预应力双排桩支护结构能够很好地解决深基坑周围有建筑物、不能采用锚拉支护体系的难题, 取得直接经济效益显著, 为其他城市旧城区改造建设中类似场地条件的深基坑工程设计与施工实践, 提供了可借鉴的技术经验和方法。

### 参考文献

- [1] 龚晓南. 深基坑工程设计设计施工手册[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1998: 187—188.
- [2] 何颐华, 杨斌, 金宝森, 等. 双排护坡桩试验与计算的研究[J]. 建筑结构学报, 1996, 17(2): 58—66.  
HE Yi-hua, YANG Bin, JIN Bao-sen, et al. A study on the test and calculation of double-row fender piles[J]. **Journal of Building Structures**, 1996, 17(2): 58—66.
- [3] 郑刚, 李欣, 刘畅, 等. 考虑桩土相互作用的双排桩分析[J]. 建筑结构学报, 2004, 25(1): 99—106.  
ZHENG Gang, LI Xin, LIU Chang, et al. Analysis of double-row piles in consideration of pile-soil interaction[J]. **Journal of Building Structures**, 2004, 25(1): 99—106.
- [4] 应宏伟, 初振环, 李冰河, 等. 双排桩支护结构的计算方法研究和工程应用[J]. 岩土力学, 2007, 28(6): 1145—1150.  
YING Hong-wei, CHU Zhen-huan, LI Bing-he, et al. Study on calculation method of retaining structure with double-row piles and its application[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2007, 28(6): 1145—1150.
- [5] 平扬, 白世伟, 曹俊坚. 深基双排桩空间协同计算理论及位移反分析[J]. 土木工程学报, 2001, 34(2): 79—83.  
PING Yang, BAI Shi-wei, CAO Jun-jian. Calculation theory considering spatial influence and displacement
- feed back design of double-row piles in deep foundation[J]. **China Civil Engineering Journal**, 2001, 34(2): 79—83.
- [6] 崔宏环, 张立群, 赵国景. 深基坑开挖中双排桩支护的三维有限元模拟[J]. 岩土力学, 2006, 27(4): 662—666.  
CUI Hong-huan, ZHANG Li-qun, ZHAO Guo-jing. Numerical simulation of deep foundation pit excavation with double-row piles[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(4): 662—666.
- [7] 王军, 王磊, 肖昭然. 双排桩支护排距的有限元分析与研究[J]. 地下空间与工程学报, 2005, 1(7): 1096—1099.  
WANG Jun, WANG Lei, XIAO Zhao-ran. Analysis of the interval between double-row piles by finite element method[J]. **Chinese Journal of Underground Space and Engineering**, 2005, 1(7): 1096—1099.
- [8] 杨靖. 考虑尺寸效应的双排桩的有限元分析[硕士学位论文 D]. 天津: 天津大学, 2005.
- [9] 肖昭然, 王磊, 王军. 双排桩等代刚度法的有限元分析[J]. 河南工业大学学报(自然科学版), 2007, 28(2): 82—84.  
XIAO Zhao-ran, WANG Lei, WANG Jun. The analysis of equivalent stiffness method for double-row piles[J]. **Journal of Henan University of Technology(Natural Science Edition)**, 2007, 28(2): 82—84.
- [10] 尹建峰, 李卫平, 张宗胜, 等. 双排桩支护结构受力特点与影响因素研究[J]. 天津城市建设学院学报, 2007, 13(2): 100—103.  
YIN Jian-feng, LI Wei-ping, ZHANG Zong-sheng, et al. Analysis of stress deformation and influencing factors of double-row piles retaining structure[J]. **Journal of Tianjin Institute of Urban Construction**, 2007, 13(2): 100—103.